

Introduction de l'inférence statistique au modèle DEA : une application de BOOTSTRAP aux scores de performance des IMF des pays en développement

Hugues KEJE M.

Résumé : *Au moyen des travaux de Simar et Wilson, cet article applique le Bootstrap aux scores de performance issus du modèle Data Envelopment Analysis (DEA) des IMF des pays en développement. Ensuite il saisit la sensibilité de ces scores aux chocs exogènes. La frontière DEA estimée établit effectivement la différenciation entre les IMF efficaces situées sur cette frontière et les IMF inefficaces localisées en dessous de celle-ci.*

Mots-clés : Inférence, DEA, Bootstrap, IMF

Introduction

Le concept de modèle non paramétrique repose sur l'attribution de poids virtuels aux inputs et aux outputs en recourant à la programmation linéaire pour déterminer l'efficacité maximale de DMU évaluée. Par conséquent, les estimations de la DEA sont conçues de manière à maximiser le score d'efficacité relative à chaque unité, sous réserve de la contrainte que l'ensemble des poids obtenus de cette manière pour chaque DMU doit également être réalisable pour toutes les autres unités de l'échantillon.

À côté de ces avantages, les techniques non paramétriques présentent certains désavantages notamment l'absence de l'inférence statistique, qui est l'inconvénient majeur de ces méthodes. La méthode DEA est non prédictive contrairement à un modèle de régression. Elle ne prédit pas l'efficacité d'une unité sur base d'autres unités. Selon Ajibefun¹, les méthodes non paramétriques n'ont pas pu estimer les paramètres du modèle et par conséquent impossible de tester les hypothèses concernant la performance du modèle. De même, une étude de Porcelli et al.² a confirmé que l'analyse non paramétrique de l'efficacité ne prend pas en compte les erreurs de mesure et les intervalles de confiance, d'où l'absence d'inférence statistique. De plus, les méthodes non paramétriques d'efficacité sont non stochastiques, par conséquent, les scores d'efficacité sont contaminés par des variables omises, des erreurs de mesure et d'autres sources de bruit statistique. Malgré ces faiblesses, cette approche est mieux préférée par les économistes suite à sa flexibilité dans les analyses de la production et de la performance.

En outre, l'inférence statistique non paramétrique suppose souvent que l'on ne connaît pas la distribution de la population sous-jacente. Par conséquent, l'inférence non paramétrique présente des lacunes dans le sens où elle n'utilise pas

¹ I.A AJIBEFUN, *An evaluation of parametric and non-parametric methods of technical efficiency measurement: Application to small scale food crop production in Nigeria*. *Journal of Agriculture & Social Sciences* 4(3): 95-100.

² F. PORCELLI, *Measurement of Technical Efficiency. A Brief Survey on Parametric and Non-Parametric Techniques* (2009). http://www.warwick.ac.uk/fac/soc/economics/staff/phd_students/porcelli/porcelli_dea_sfm.pdf.

toutes les informations de l'échantillon et sera donc moins efficace que l'inférence paramétrique³.

Comment palier ces insuffisances techniques de la méthode non paramétrique afin d'avoir des scores de performance plus fiables sur le plan statistique ? Suivant les travaux de Joseph Nzongang et al, 2012⁴, la démarche de la présente analyse décline quatre modèles d'efficience des IMF avec la particularité de l'incorporation des variables non discrétionnaires notamment celles qui impactent la conjoncture économique et les risques de crédit. Ainsi, les variations des outputs ne sont plus attribuées uniquement à l'inefficience interne des IMF mais aussi aux chocs externes résultant notamment du taux de change, du taux d'inflation et du Pib/habitant. L'introduction de Bootstrap est faite au moyen des travaux de Simar et Wilson.

1. Introduction de la méthode Bootstrap

Le Bootstrap est une technique en pleine expansion en terme d'usage dans plusieurs domaines et de son développement théorique. Il a été élaboré pour la première fois en 1979 par Efron. Plus tard, Efron et Tibshirani⁵ exposent plusieurs problèmes associés au bootstrap.

Le Bootstrap est une technique de tirage avec remplacement à partir d'un échantillon, imitant le processus de génération de données du vrai modèle sous-jacent et produisant des estimations multiples qui sont utilisées pour l'inférence statistique.

Soit un échantillon aléatoire $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ d'une distribution de probabilité non connue F a été observée et le souhait d'estimer un paramètre d'intérêt $\theta = t(\hat{F})$ (33) sur base de X . Pour ce faire, on calcule un estimateur $\hat{\theta} = s(X)$ (34) à partir de X . La méthode de bootstrap se focalise à l'estimation de l'erreur type de $\hat{\theta}$ qui ne nécessite pas des calculs théoriques et reste disponible quelle que soit la complexité mathématique de l'estimateur $\hat{\theta} = s(X)$.

Les données des points bootstrap $x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*$ proviennent d'un échantillon aléatoire de taille n tiré avec remplacement de la population de n objets $(x_1, x_2, \dots, x_n)$. Donc F est composé de valeurs randomisées ou rééchantillonnées x^* , $F \rightarrow (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$. Ainsi, les dispositions de différentes valeurs peuvent changer tel que $x_1^* = x_7$, $x_2^* = x_3$, $x_3^* = x_3$, $x_4^* = x_2$, $\dots, x_n^* = x_7$. Etant donné que l'échantillon bootstrap est aléatoire, certaines valeurs de la population originale peuvent y être absentes ou apparaître une ou plusieurs fois.

Correspondant à un ensemble des données bootstrap, X^* est une replication bootstrap de $\hat{\theta}^*$.

³ M.Gempesaw C., Fernandez-Cornejo J., Elterich J. G. and Spiro Stefanou, Dynamic Measures of Scope and Scale Economies: An Application to German Agriculture, [American Journal of Agricultural Economics](#), 1992, vol. 74, issue 2, p. 329-342.

⁴ J. NZONGANG, I. PIOT-LEPETIT et D. KAMDEM, *La mesure de l'efficacité financière et sociale des institutions de microfinance du réseau mc² au Cameroun*, De Boeck Supérieur « Mondes en développement » 2012/4 n°160 | pages 99 à 116.

⁵ Efron, B. et Tibshirani, R.J. (1993), *An Introduction to the Bootstrap*. New York : Chapman & Hall.

$$\widehat{\theta}^* = s(X^*) \quad (35)$$

Les paramètres statistiques tels que la moyenne, la variance,...sont calculés par les mêmes formules pour X^* que pour X . Le bootstrap estimé de l'erreur type $se_F(\widehat{\theta})$ est l'erreur type de $\widehat{\theta}$ pour les données de l'échantillon aléatoire de taille n tiré de F . Le bootstrap estimé de l'erreur type de $\widehat{\theta}$ ($se_F(\widehat{\theta})$) est défini par $se_F(\widehat{\theta}^*)$. La procédure d'estimation du bootstrap estimé de l'erreur type est reprise dans les annexes.

L'utilisation de bootstrap permet la construction des intervalles de confiance bootstrap-t sans l'usage des hypothèses d'une distribution connue. Ces intervalles de confiance résultent des tables construites semblables à celles de Z ou t directement à partir des données observées.

La table bootstrap est construite par génération de B échantillons bootstrap puis calculer la version bootstrap de Z pour chaque échantillon.

$$Z^*(b) = \frac{\widehat{\theta}^*(b) - \widehat{\theta}}{\widehat{se}^*(b)} \quad (36)$$

Où $\widehat{\theta}^*(b)$ est la valeur de $\widehat{\theta}$ pour l'échantillon bootstrap X^{*b} et $\widehat{se}^*(b)$ est l'estimation de l'erreur type de $\widehat{\theta}^*$ pour l'échantillon bootstrap X^{*b} . La i ème percentile de $Z^*(b)$ est estimé par la valeur $\widehat{t}^{(\alpha)}$ tel que

$$\# \{Z^*(b) \leq \widehat{t}^{(\alpha)}\} / B = \alpha \quad (37)$$

L'intervalle de confiance bootstrap-t se présente comme suit : $(\widehat{\theta} - \widehat{t}^{(1-\alpha)}\widehat{se} ; \widehat{\theta} + \widehat{t}^{(\alpha)}\widehat{se})$ (38)

L'une de ses utilisations la plus importantes est le test d'hypothèses surtout dans les modèles suivant une approche non paramétrique. En pratique, le rééchantillonnage, dans le cadre du bootstrap, consiste à redistribuer le caractère aléatoire supposé du modèle parmi les observations. Ce caractère aléatoire reprend les écarts entre les variables du modèle et leurs valeurs attendues ou estimées. La variance des résidus influe considérablement la taille des intervalles de confiance à construire par le bootstrap dans le cas des tests d'hypothèses.

La littérature renseigne deux méthodes de bootstrap : le bootstrap de paires et le bootstrap de résidus. Le bootstrap de paires est nommé le « rééchantillonnage de cas », il s'agit d'un rééchantillonnage des paires d'observations et l'application des moindres carrés ordinaires à chaque répétition. Lorsque la variable indépendante est la même dans toutes les itérations, le rééchantillonnage est qualifié de fixe. Ceci renvoie au bootstrap de résidus où le rééchantillonnage se fait au niveau des résidus qui sont ajoutés, par la suite, à la valeur attendue de la variable

dépendante et enfin l'application des moindres carrés ordinaires à chaque fois sur la nouvelle pseudo-variable et les variables indépendantes initiales.

Le caractère indépendant de la distribution des résidus par rapport aux variables indépendantes et à l'échantillon observé rend le rééchantillonnage des résidus plus sensibles aux hypothèses du modèle⁶. Les deux procédures de bootstrap conduisent, à la limite, à une même distribution des coefficients estimés du modèle. Ces derniers dépendent de la variance des résidus du modèle et du biais inhérent au processus bootstrap. Ces deux facteurs varient avec la taille de l'échantillon.

Les distributions bootstrap, théoriquement, sont similaires à la distribution des résidus car la variance des résidus est la source de variabilité pour le bootstrap. De ce fait, le biais bootstrap est toute déviation de la valeur de l'estimateur calculée du modèle par rapport au centre de la distribution bootstrap de cet estimateur. Il est dû au processus de rééchantillonnage aléatoire du bootstrap. Les effets de ce biais se propagent plus si l'échantillon est de petite taille avec une large variance. Par conséquent, la correction du biais bootstrap rapproche la distribution de l'estimateur de sa valeur attendue.

Le biais bootstrap est à distinguer avec le biais du modèle qui traduit la différence entre les estimations du modèle et leurs valeurs réelles. Il résulte de la réalisation d'autres biais affectant le modèle tels que la violation des hypothèses des MCO notamment le biais de mesure et de spécification du modèle. Ces biais font que les paramètres estimés par le modèle s'écartent de manière significative de leur "vraie" valeur, même de manière asymptotique. Par conséquent, les estimations bootstrap, qui imitent le modèle estimé, ne convergeront pas non plus vers les vraies valeurs (cependant, elles convergeront toujours vers les estimations du modèle).

Il est possible que les estimateurs bootstrap s'écartent des vraies valeurs plus que les estimations du modèle car les biais du modèle sont inobservables par conséquent il est impossible de calculer avec exactitude la vraie valeur d'un estimateur à l'aide de la distribution bootstrap. Sur ce, l'approximation est faite sous l'hypothèse de l'absence de biais du modèle.

1.1. Les estimateurs de Bootstrap-DEA

Le DEA est une technique non paramétrique reposant sur le rapport entre les inputs et les outputs d'une unité de production par rapport aux autres. Il recourt à la programmation linéaire pour déterminer les poids optimaux qui minimisent la distance entre la frontière et l'unité de prise de décision.

Cette technique ne nécessite pas la spécification d'une fonction de production car elle utilise simplement un ensemble d'inputs que les unités de production veulent minimiser et un ensemble d'outputs que ces unités veulent maximiser. Par contre, elle présente un inconvénient majeur : la non prise en compte de l'inférence statistique dans l'estimation des scores d'efficacités. C'est

⁶ Efron et Tibshirani, 1993, *op. cit.*

pourquoi la DEA bootstrap a été introduite par Simar et Wilson⁷, permettant de saisir au moyen de test d'hypothèses la sensibilité des scores d'efficacité qui résulte de la distribution de l'inefficacité des certaines dmu dans l'échantillon. Le bootstrap offre la possibilité d'inférer le modèle DEA, cela revient à estimer le biais, la variance et de construire les intervalles de confiance des coefficients d'efficacité ou de rendement d'échelle.

Le bootstrap est une méthode générale intensive en calcul qui repose sur une idée d'effectuer l'inférence statistique dans divers problèmes où les propriétés analytiques de l'estimateur considéré sont inconnues ou difficiles à dériver analytiquement. Pour mieux saisir la portée de cette technique, les paragraphes suivants reprennent quelques considérations pratiques.

Dans le cas d'un modèle DEA orienté (input ou output), le rééchantillonnage fixe est mieux indiqué car les entrées ou les sorties sont fixes. Contrairement au modèle non orienté à l'exemple du modèle additif, où il serait souhaitable d'appliquer le rééchantillonnage par cas.

La distribution des scores d'efficacité dans un modèle Bootstrap DEA constitue la source de variabilité qui est traduite par les écarts entre les niveaux d'inputs efficaces et leur niveau efficace. La différence entre les modèles de Regression Bootstrap et le Bootstrap DEA est que dans le premier cas, les scores d'efficacité sont supposés être les « résidus » du modèle tandis que dans le deuxième cas la variable « dépendante » ou la valeur attendue du modèle qui est mise à jour à chaque répétition bootstrap correspond au niveau d'inputs efficaces. Ainsi, la distribution des scores d'efficacité ne devrait pas être affectée par le niveau de la production observée.

La procédure de Simar & Wilson se base sur l'hypothèse d'homogénéité des dmu en termes de technologie donc toutes les dmu doivent avoir accès à des processus similaires pour produire leurs résultats. Cette hypothèse d'homogénéité se justifie par le fait que les dmu évaluées doivent remplir des caractéristiques similaires par rapport au concept d'efficacité. Sinon, il est possible que dans une orientation input, l'inefficacité soit corrélée aux outputs. Ce qui violerait les principes du rééchantillonnage fixe. L'idée est qu'en utilisant un ensemble de dmu homogènes dans un modèle DEA cohérent, nous devrions nous attendre à ce que toutes les dmu aient des performances similaires (et soient donc efficaces au niveau des intrants) et que l'inefficacité devrait donc être aléatoire. Une sélection attentive de l'échantillon rendrait l'hypothèse d'homogénéité plus efficace et l'utilisation plausible de la DEA bootstrap.

Le biais d'échantillonnage de la DEA est associé au fait que l'échantillon observé est tiré d'une population sous-jacente, non observée et les scores d'efficacité des dmu de l'échantillon dépendent des dmu qui définissent la frontière. Ceci entraîne une surestimation des scores d'efficacité DEA par rapport à la vraie frontière, à la seule exception, très improbable, que les dmu définissant la frontière de la population sont toutes incluses dans l'échantillon. Le biais d'échantillonnage

⁷ Simar, Léopold, Wilson, Paul. *A General Methodology for Bootstrapping in Nonparametric Frontier Models*. STAT Discussion Papers ; 9811 (1998) 33 pages <http://hdl.handle.net/2078.1/123568>

est l'un des facteurs qui causent des déviations entre les scores DEA de l'échantillon et ceux de la population. Ce biais est non pertinent dans le cas de bootstrap car la taille de l'échantillon est la même dans toutes les répliques bootstrap. Ainsi, le biais bootstrap est la différence observée entre les scores DEA et la moyenne de leurs échantillons bootstrap. La correction du biais bootstrap élimine le biais inhérent à la procédure de rééchantillonnage aléatoire du bootstrap et centre la distribution bootstrap sur le score DEA des dmus examinées.

1.2. L'intérêt de la technique Simar & Wilson

Les modèles d'analyse de l'efficacité suivant l'approche paramétrique telle que le modèle de frontière stochastique présentent l'avantage de mesurer l'inefficacité et d'intégrer un modèle des déterminants de cette inefficacité. Par contre, les approches non paramétriques telles que DEA visent à construire la frontière de possibilité de production et mesurer la distance des combinaisons d'inputs et d'outputs par rapport à cette frontière. Ces derniers modèles sont ainsi limités dans l'explication des facteurs déterminants la distance observée entre les dmus inefficaces et la frontière de production.

La question d'identification des déterminants de la performance reste plus pertinente que la simple détermination des scores d'efficacité. Pour pallier cette insuffisance, il s'est développé des modèles non paramétriques en deux étapes qu'on qualifierait des modèles semi paramétriques. Ces modèles combinent les scores de l'analyse non paramétrique avec des modèles de régression. La plupart des travaux recourent aux régressions censurées avec l'usage des variables binaires telles que Tobit. Simar et Wilson se démarquent en recourant au modèle MCO à la deuxième étape après l'estimation des scores d'efficacité. Ce modèle permet aussi la prise en compte dans l'analyse non paramétrique de l'efficacité des facteurs environnementaux.

Ils développent un modèle en deux étapes prenant en compte les critiques formulées aux travaux antérieurs sur l'application de la modélisation en deux étapes. Simar et Wilson construisent un processus de génération de données recourant à un modèle de régression tronqué plutôt que censuré comme utilisé dans les travaux antérieurs. Ce choix se justifie par l'absence d'une théorie claire du processus de génération de données. Cela signifie que la part substantielle de dmus totalement efficaces que l'on trouve généralement dans la DEA est un artefact du biais de l'échantillon fini inhérent à la DEA, mais ne représente pas une caractéristique du véritable processus de génération de données sous-jacent.

En plus, leur modèle produit les erreurs standards estimées et des intervalles de confiance sans biais liés à la corrélation des scores d'efficacité estimés. Ceci corrige les travaux antérieurs qui posaient un problème de corrélation sérielle dû au traitement des scores DEA comme des observations indépendantes au moment où ils ressortent d'un échantillon commun de données.

1.3. Bref aperçu sur les estimateurs de Simar et Wilson

Le modèle de Simar et Wilson⁸ considère trois types des variables x_i , y_i et z_i pour un échantillon de N dm. En considérant :

$i = 1, \dots, N$;

x_i est le vecteur des P inputs ;

y_i est le vecteur des Q outputs ;

z_i est le vecteur des K variables environnementales ou non discrétionnaires

Les effets du vecteur z sont très importants dans l'analyse de l'efficacité et peuvent contribuer à l'identification des déterminants de l'inefficacité des dm. Ce modèle se base sur certains principes tels que les unités (dm) doivent bénéficier de la même technologie de production et la frontière de possibilité de production est commune et unique. Une hypothèse cruciale marquant la démarcation de ce modèle avec les travaux antérieurs est la séparation de la forme de la frontière de production avec le vecteur z_i .

Le dm i est inefficace si sa combinaison (y_i, x_i) n'atteint pas la frontière de production. Cet écart avec la frontière est justifié soit par la sous production d'output soit sur consommation d'input. En suivant l'approche orientée output, la déviation à la frontière est la distance radiale dans la direction des output θ_i . Ce facteur θ_i d'une certaine unité i dénote la quantité d'output à augmenter pour projeter (x_i, y_i) à la frontière de production. Dans la même logique, dans l'orientation input, ϑ_i est le facteur avec lequel l'input x_i de dm i doit être réduit pour que cette dernière soit efficace.

Simar et Wilson abordent cette question selon l'orientation output. Pour eux, l'idée maîtresse du processus de génération des données est que l'efficacité θ_i dépend linéairement de z_i

$$\theta_i = z_i \beta + \varepsilon_i \quad (39)$$

Avec

β étant le vecteur des coefficients

ε_i les perturbations suivent une distribution normale tronquée ou une distribution tronquée à gauche à $1 - z_i \beta$

Dans les modèles à deux étapes, les coefficients θ_i sont inobservés par conséquent ils ne représentent pas la distance de la combinaison (y_i, x_i) par rapport à la vraie frontière de possibilité de production mais la distance par rapport à son estimation.

L'équation précédente ne peut pas être estimée directement, pour ce faire θ_i doit être remplacé par l'estimateur $\hat{\theta}$. Pour Simar et Wilson, ceci soulève deux

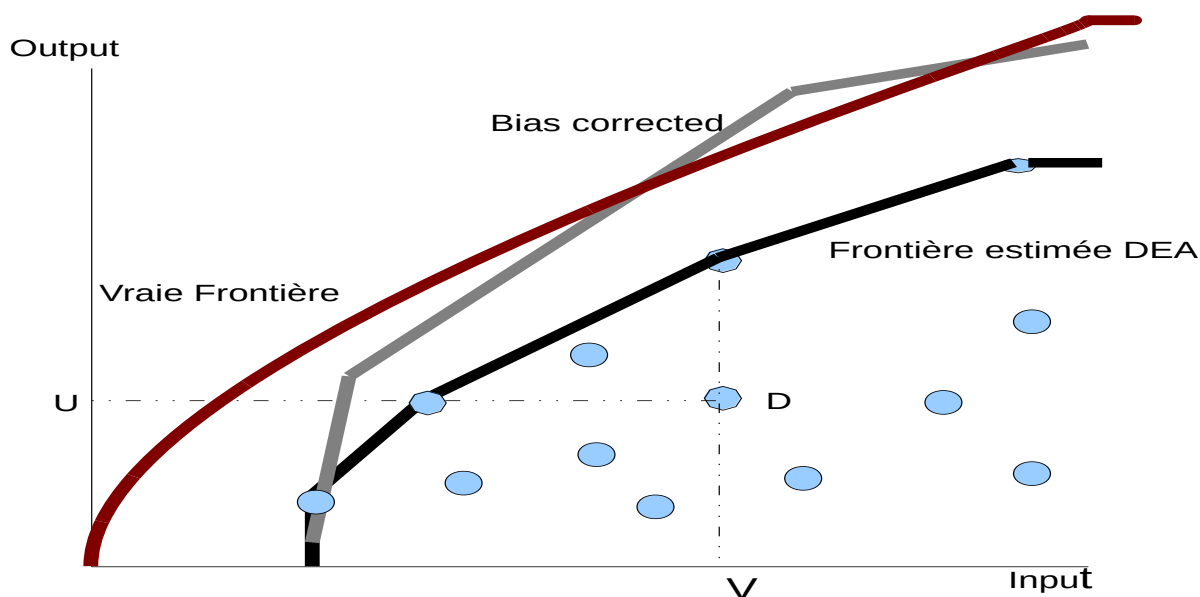
⁸ L. SIMAR & P.W. WILSON, « Estimation and inference in two-stage, semi-parametric models of production processes », dans *Journal of Econometrics*, 136(1) (2007), p.31-64.

problèmes majeurs de l'exécution des modèles à deux étapes, comme évoqué précédemment. Le premier problème, bien que ε_i sont supposées être indépendantes des différentes unités de production, les erreurs opérationnelles dans une régression de $\hat{\theta}$ sur z_i ne le sont pas, puisque les $\hat{\theta}$ sont estimés à partir d'un échantillon commun de données. Le deuxième problème, dans les applications de DEA quelques $\hat{\theta}$ prennent pour valeur 1 alors que dans l'équation (5.1), il est impossible que θ_i soit égal à 1.

Pour pallier le premier problème évoqué, Simar et Wilson proposent l'estimation de erreurs standard et les intervalles de confiance de $\hat{\beta}$ au moyen d'une procédure bootstrap paramétrique où les pseudo-erreurs sont tirées indépendamment de la distribution normale tronquée avec une troncature à gauche de $1 - 3_i \hat{\beta}$.

Quant au deuxième problème, ces auteurs abordent sa résolution de deux manières différentes correspondantes aux deux procédures d'estimation suggérées (algorithme #1 et algorithme #2), voir détails dans les annexes. Le premier algorithme exclut dans l'analyse de régression les dmua ayant pour score DEA $\hat{\theta}=1$. Les scores de DEA restant sont utilisés dans le modèle de régression tronqué comme variable de gauche. Le deuxième algorithme, plus complexe, se base sur les scores DEA corrigés du biais $\hat{\theta}_i^{bc}$ comme variable de gauche. Contrairement au premier algorithme, tous les dmua sont prises en compte dans l'analyse de la régression tronquée et dans la procédure bootstrap subséquente.

Graphique 1 Illustration graphique de l'estimation frontière DEA



Source: Badunenko, Oleg; Tauchmann, Harald, 2018

Cette illustration est complète en présentant à la fois la frontière estimée, la vraie frontière et le Biais de correction de la frontière.

2. Modèle et résultats : la sensibilité des scores d'efficacité DEA aux variables non discrétionnaires

2.1. Modèle d'analyse

Les procédures d'estimation de ce modèle peuvent être mise en œuvre individuellement grâce à la nouvelle commande Stata « `simarwilson` ». Elle met en œuvre les procédures proposées par Simar et Wilson pour l'analyse de régression des scores d'efficacité de la DEA. Contrairement aux approches naïves en deux étapes, la procédure de Simar et Wilson tient compte du fait que i) les scores d'efficacité de la DEA sont limités, selon la définition de l'inefficacité, par le haut ou par le bas à la valeur 1 et ii) la DEA génère un modèle de corrélation complexe et généralement inconnu entre les scores d'efficacité estimés et les scores d'efficacité. En termes techniques, il s'agit d'une procédure en plusieurs étapes qui implique i) l'estimation d'une mesure radiale de l'efficacité technique, ii) une analyse de régression tronquée, iii) la simulation de la corrélation d'erreur inconnue, et iv) le calcul des erreurs standard bootstrap et des intervalles de confiance (IC).

D'un point de vue purement technique, on peut interpréter `simarwilson` comme une procédure de correction des erreurs standard que l'on obtient en utilisant `truncreg` pour régresser les scores DEA sur les variables explicatives. Simar et Wilson proposent deux algorithmes qui diffèrent par l'utilisation de scores d'efficacité non corrigés (algorithme 1) ou corrigés des biais (algorithme 2). `simarwilson` permet d'utiliser des scores DEA estimés de manière externe (`depvar`) ou de réaliser la DEA en interne ((`outputs = inputs`)). Dans ce dernier cas, `simarwilson` a besoin de la commande `teradial`⁹ fournie par la communauté. Notez que la procédure de correction des biais suggérée dans Simar et Wilson, bien que similaire, s'écarte de ce qui est mis en œuvre dans le programme `teradialbc` et est étroitement liée à l'analyse de régression à la deuxième étape de la procédure. Pour cette raison, il est recommandé de ne pas utiliser de scores estimés de manière externe si l'on souhaite appliquer l'algorithme 2. Par défaut, `simarwilson` utilise la commande communautaire `ftruncreg` pour ajuster le modèle de régression tronqué, qui est plus rapide que la commande officielle Stata `truncreg`¹⁰. Elle s'écarte de ce qui est suggéré dans Simar et Wilson seulement en autorisant certains paramètres et caractéristiques qui n'y sont pas explicitement considérés.

Simar et Wilson permettent d'analyser l'efficacité orientée vers les entrées, alors que Simar et Wilson ne considèrent que la contrepartie orientée vers les sorties. Le changement des rôles des entrées et des sorties se fera au niveau du deuxième algorithme. Hormis cet aspect, deux autres modifications mineures sont importantes (i) considérer une troncature bilatérale, conformément à toutes les régressions tronquées, plutôt qu'une troncature unilatérale en suivant Simar et Wilson qui ne considèrent qu'une partie de la distribution, la contrepartie orientée

⁹ O. BADUNENKO et P. MOZHAROVSKIY, « Analyse de frontière non paramétrique à l'aide de Stata », dans *Le Stata Journal* 16 (3) (2016), p.550-589. [10.1177/1536867X1601600302](https://doi.org/10.1177/1536867X1601600302). [HAL-03189227](https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-03189227)

¹⁰ Traduit de l'option Help de Stata 17

vers les sorties ; (ii) consécutive à la considération d'une troncature bilatérale, l'échantillon doit provenir d'une distribution normale tronquée bilatérale.

Certaines options qu'offre Stata permettent de spécifier le modèle conformément aux procédures de Simar et Wilson (2007) et à la théorie des régressions tronquées. La spécification de l'option `base (input)` permet d'invoquer ces déviations de la procédure par défaut.

L'option `notwoside` permet de maintenir une troncature unilatérale à droite lors de l'analyse de l'efficacité orientée entrée. Grâce à l'option « `invert` », il est possible de choisir la mesure de distance Shephard plutôt que celle de Farrell. Cela revient à l'inversion de tous les scores estimés au niveau de toutes les étapes de la procédure d'estimation. Le fait de considérer la mesure d'efficacité de Farrell orientée vers l'entrée ou de Shephard orientée vers la sortie, qui sont toutes deux limitées à l'intervalle unitaire, peut conduire à des résultats contre-intuitifs lors de la correction du biais dans le deuxième algorithme. Plus précisément, il peut arriver que les scores corrigés du biais soient négatifs pour certaines unités décisionnelles. Or les scores négatifs n'entrent pas dans l'analyse de régression tronquée, sauf si l'option `notwosided` est spécifiée. Si des mesures d'efficacité négatives apparaissent, `simarwilson` émet un avertissement et recommande de passer à l'efficacité orientée sortie de Farrell ou à l'efficacité orientée entrée de Shephard, pour lesquelles la correction du biais ne peut pas entraîner de scores négatifs.

Avec l'option « `référence` », la commande `simarwilson` restreint l'ensemble de référence pour la frontière DEA à un sous-ensemble d'unités décisionnelles (`dmu`) considérées. Contrairement à l'option `teradial`, il ne permet pas de considérer les `dmu` comme des éléments de l'ensemble de référence pour lesquels aucun score d'efficacité n'est estimé. Cette restriction occasionne des scores estimés irréguliers qui sont ignorés dans les régressions tronquées et par conséquent, le modèle DEA estimé s'écartera significativement de la procédure de Simar et Wilson (2007).

La commande `simarwilson` peut escamoter certaines étapes des algorithmes 1 et 2, par exemple en utilisant les scores d'efficacité développés par la commande `dea` ou un autre logiciel.

Les variables environnementales, représentées dans cette analyse par les variables clé de la conjoncture macroéconomique des économies sous développées, ont une influence sur la gestion perfectible des IMF. Les variables non discrétionnaires retenues sont le taux de change, le PIB/habitant et le taux d'inflation.

Le modèle de base de cette analyse se décline en cinq approches dont l'approche dépôt, l'approche crédit, l'approche sociale, l'approche financière et l'approche globale.

2.2. Présentation de l'échantillon d'analyse

Partant du principe que les meilleures données renvoient aux meilleures décisions et les meilleures décisions aux meilleurs résultats, Mix Market corrige l'asymétrie de l'information dans le secteur de la microfinance en générant des

informations stratégiques utiles pour la visibilité et l'attrait des financements susceptibles de propulser la croissance de ce secteur financier.

Mix Market a fourni, à la dernière mise à jour en octobre 2019, des données relatives aux performances financières et sociales de 3114 institutions financières réparties selon les critères géographiques couvrant 121 pays à travers le monde. Les données sont organisées en panel pour la période allant de 1999 à 2018 en fréquence annuelle et trimestrielle. De cette base, ne sont retenues que les institutions ayant au moins des données de cinq années successives. Ce qui ramène la population cible à 2 903 institutions.

Cette restriction est importante pour mieux saisir les objectifs de recherche assignés à ce travail. L'échantillon a été limité forfaitairement à 119 pays en tenant compte du temps de traitement et de la capacité de la prise en charge des outils d'analyse. Chaque pays retenu représente l'institution moyenne de son système micro-financier. Sur le plan temporel, les données ont été considérées pour la période allant de 2008 à 2018. Cette longue période d'analyse pourrait permettre de mieux saisir les différentes corrélations recherchées entre les variables sélectionnées. L'échantillon dispose d'une longue période d'analyse pouvant permettre de mieux saisir les différentes corrélations recherchées entre les variables sélectionnées.

En considérant dix années observées pour chaque institution retenue, la base d'analyse se présente suivant le tableau ci-après :

Tableau 1 Base d'analyse

Région	Freq	Percent	Cum
Africa	337	29,82	29,82
East Asia and the Pacific	196	17,35	47,17
East Europe and Central Asia	244	21,59	68,76
Latin America and the Caribbean	209	18,5	87,26
Middle East and North Africa	131	11,59	98,85
South Asia	13	1,19	100
Total	1130	100	

Source: MIX Market, MIX (Oct 2022)

La réduction faite sur les données disponibles et la considération de l'IMF moyenne représentant le pays font passer l'échantillon de plus de 20 milles observations à 1130. Les valeurs de ces variables sont transformées en logarithmes afin de les réduire à une même échelle facilitant leur computation. Suivant les contraintes du modèle, ne sont admissibles que les valeurs positives, ainsi, après transformation, les valeurs sont considérées en valeur absolue et les valeurs nulles sont approximées à 0.01.

Cet échantillon est assez équilibré en termes de représentativité des différentes régions. La pratique de la microfinance est assez diverse d'une région à une autre. Les IMF de l'Amérique latine, par exemple, ont adopté une orientation commerciale et la recherche de viabilité financière et opérationnelle. Comparé à ceux d'autres régions du monde, le marché de l'Amérique latine se distingue par sa taille, par la variété des institutions en place et par l'une des plus fortes croissances enregistrées ces dernières années, et ce, même dans un contexte de crise économique¹¹.

Cooper et al.¹² révèlent que le nombre total d'inputs et d'outputs dans le modèle DEA peut être illimité mais soumis à la contrainte d'être inférieur au tiers du nombre total des unités à comparer (DMU). Dans le cas présent, le modèle global comporte 34 variables, ce qui reste inférieur au tiers de 119 pays retenus pour la comparaison d'efficacité.

2.3. Sensibilité des scores d'efficacité DEA aux variables non discrétionnaires

Au moyen de la commande `simarwilson` de `stata`, les estimations suivantes reprennent la sensibilité des scores d'efficacité DEA élaborés par les approches de

¹¹ T. V. TRUJILLO et al., « La microfinance en Amérique latine : existe-t-il des cadres types de régulation ? », dans *Mondes en Développement* Vol.41 (2013/3), n°163.

¹² W. W. COOPER, L. M. Seiford & K.Tone, *Introduction to Data Envelopment Analysis and its Uses*, New York, Springer, 2006.

Dépôt, de crédit, de finance, social et global aux variables macroéconomiques retenues.

Tableau 2 Sensibilité des scores d'efficacité DEA aux variables non discrétionnaires

Approche	Paramètres	Pib/hab	Inflation	Taux de change	Constante	Sigma	Wald Chi2	Nbre Bootstrap rep
Dépôt	Coef. Bootstrap	-0,238	0,434	-0,114	5,634	1,183	13,4	1000
	Ecart-type Bootstrap	0,141	0,158	0,048	1,212	0,089		
	Significativité	***	*	**	*	*	*	
	Signe attendu	. +/-						
Crédit	Coef. Bootstrap	-0,0028	-0,1417	0,0011	0,88003	0,0537	4,55	1000
	Ecart-type Bootstrap	0,0059	0,0072	0,0022	0,0525	0,0039		
	Significativité		**		*	*		
	Signe attendu	. +/-	. +/-	. +/-				
Finance	Coef. Bootstrap	-0,0135	0,0298	0,0011	0,8356	0,1084	6,15	1000
	Ecart-type Bootstrap	0,0135	0,0152	0,0045	0,1161	0,0097		
	Significativité		**		*	*		
	Signe attendu	. +/-	. +/-	. +/-				
social	Coef. Bootstrap	-0,0566	0,1414	0,0006	1,6596	0,09809	35,58	1000
	Ecart-type Bootstrap	0,01097	0,01292	0,00393	0,09522	0,00723		
	Significativité	*			*	*		
	Signe attendu	. +/-						
Global	Coef. Bootstrap	0,0058	-0,0035	0,0421	0,7612	0,0931	5,56	1000
	Ecart-type Bootstrap	0,0129	0,0143	0,0451	0,057	0,1125		
	Significativité				*	*		
	Signe attendu	. +/-						

*significatif à 1% ; ** 5% et *** 10%

Source : Estimations sur base de l'échantillon d'analyse

Il appert de ce tableau que les trois variables non discrétionnaires sont significatives dans la mesure de la sensibilité des scores d'efficacité. L'efficacité des dépôts est impactée négativement par le PIB/habitant et le taux de change.

Les épisodes de dépréciation et appréciation d'une monnaie conditionne le comportement des épargnants et par ricochet le volume des dépôts bancaires. La dépréciation d'une monnaie conduit à une perte de confiance des épargnants pour sa conservation et inversement en cas de son appréciation.

L'activité de la microfinance est de faible intensité dans les pays à revenu élevé ou avec une population à niveau de vie assez élevé. De ce fait, le PIB/habitant impacte négativement le dépôt bancaire au niveau du segment microfinance. La population disposant d'une production élevée migre vers les grandes structures financières au détriment de la microfinance. Par rapport à l'approche crédit, seul le taux d'inflation paraît significatif dans la sensibilité des scores d'efficacité par rapport aux variables environnementales.

La hausse des prix sur le marché affecte fortement l'octroi des crédits aux pauvres simultanément sur le plan de l'offre et de la demande. Le taux d'inflation étant indexé au taux d'intérêt, en période inflationniste le micro crédit devient très

cher et par conséquent moins demandé par les micros entrepreneurs avertis. Ce qui entraîne la faillite de ces petites activités de survie et une hausse des impayés dans le remboursement des prêts consentis

Les scores d'efficience DEA selon l'approche financière sont plus significativement sensibles au taux d'inflation au seuil de 5% de confiance. Relatif à l'approche sociale, le modèle établi est validé sur le plan statistique à travers le test de Wald suivant la distribution de khi-deux. Parmi les indicateurs marquant l'environnement économique, le Pib/hab influence significativement l'inefficience de la performance sociale au seuil de 1%.

2.4. Tests Post estimateur : Test sur l'égalité des moyennes

Il est utilisé pour tester l'égalité des moyennes des deux sous-groupes indépendants, les IMF efficaces et les non-efficaces, d'une population inconnue.

Après l'estimation des scores d'efficience, une variable catégorielle est créée différenciant les IMF efficaces des IMF non efficaces. Cette variable servira dans la stratification de l'échantillon lors du bootstrap et de l'application du test de student avec des distributions assimilées à la loi normale. L'hypothèse de nullité admet l'égalité des différents scores d'efficience sans une quelconque différenciation.

Tableau 3 Test sur l'égalité des moyennes des différentes approches

Nb de strata = 2					Nb Obs	108
					Replications	1000
t	Obs. Coef.	Bootstrap Std. Err.	z	P>z	Normal-based conf. 95% conf. Interval	
Global	-12,3821	1,111	-11,14	0,000	-14,559	-10,20429
Dépôt	-15,8165	0,9045	-17,48	0,000	-17,589	-14,04364
Crédit	-21,8322	2,2834	-9,56	0,000	-26,3078	-17,35675
Social	-15,8885	1,2751	-12,46	0,000	-18,3877	-13,38929
Finance	-34,9029	3,0186	-11,56	0,000	-40,8193	-28,98652

Source : Estimations sur base des résultats des modèles précédents

À l'issue de ce test, les scores d'efficience des IMF efficaces, pour toutes les approches, sont significativement différents de ceux des IMF non efficaces. Sur le plan statistique, la différence de cette catégorisation des IMF est bien confirmée au seuil de 1%. Les deux sous-groupes sont hétérogènes.

La frontière DEA estimée établit effectivement la différenciation entre les IMF efficaces situées sur cette frontière et les IMF inefficaces localisées en dessous de celle-ci. Sur le plan statistique, ce test crédibilise les résultats émanant

de la méthode DEA, une approche non paramétrique, en l'alignant à la loi de distribution de student.

Conclusion

Ces dernières décennies, les études sur la performance des IMF ont pris beaucoup d'ampleur suite notamment aux questionnements de l'impact de ces institutions sur la réduction de la pauvreté des bénéficiaires de leurs produits et services.

Le modèle non paramétrique de DEA recourt à la programmation linéaire pour évaluer les scores d'efficacité des IMF. Il présente l'avantage de disponibiliser les pondérations virtuelles pour chaque unité de mesure décisionnelle. Par contre, ce modèle est non prédictif et ne permet pas le test des hypothèses sur sa performance. Il reste préféré par les économistes suite à sa flexibilité dans les analyses de la production et de la performance.

Le bootstrap offre la possibilité d'inférer le modèle DEA, cela revient à estimer le biais, la variance et de construire les intervalles de confiance des coefficients d'efficacité ou de rendement d'échelle. C'est une méthode générale intensive en calcul qui repose sur une idée d'effectuer l'inférence statistique dans divers problèmes où les propriétés analytiques de l'estimateur considéré sont inconnues ou difficiles à dériver analytiquement.

La procédure de Simar & Wilson se base sur l'hypothèse d'homogénéité des dmus en terme de technologie donc toutes les dmus doivent avoir accès à des processus similaires pour produire leurs résultats. Cette hypothèse d'homogénéité se justifie par le fait que les dmus évaluées doivent remplir des caractéristiques similaires par rapport au concept d'efficacité. Sinon, il est possible que dans une orientation input, l'inefficacité soit corrélée aux outputs. Ce qui violerait les principes du rééchantillonnage fixe.

Le modèle de Simar et Wilson, en plus, considère trois types des variables x_i , y_i et z_i pour un échantillon de N dmus. z_i est le vecteur des K variables environnementales ou non discrétionnaires qui permettent de saisir l'influence des chocs extérieurs sur les scores de performance.

La présente analyse renseigne que les trois variables discrétionnaires retenues notamment le taux de change, le taux d'inflation et le Pib/hab sont significatives dans la mesure de la sensibilité des scores d'efficacité. Sur le plan statistique, le test d'égalité des moyennes crédibilise les résultats émanant de la méthode DEA, différence significative entre les IMF efficaces se situant sur la frontière et les IMF non efficaces, en l'alignant à la loi de distribution de student.

BIBLIOGRAPHIE

1. AJIBEFUN IA (2008) *An evaluation of parametric and non-parametric methods of technical efficiency measurement : Application to small scale food crop production in Nigeria*. *Journal of Agriculture & Social Sciences* 4(3): 95-100.
2. BADUNENKO Oleg, Mozharovskiy Pavlo. *Analyse de frontière non paramétrique à l'aide de Stata*. *Le Stata Journal*, 2016, 16 (3), pp.550-589. [10.1177/1536867X1601600302](https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-03189227). [HAL-03189227](https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-03189227)

3. BERGER A.N., et Humphrey D.B., *Efficiency of financial institutions: International survey and directions for future research*, in European journal of operational research, 98/2 (1997), pp.175-212.
4. BERGER, A.N., & Mester, L. J. (1997). Inside the black box: What explains differences in the efficiencies of financial institutions? *Journal of Banking & Finance*, 21(7), 895-947
5. CALLEN Jeffrey, Klein April and Tinkelman Daniel, *Board Composition, Committees and Organizational Efficiency : The Case of Nonprofits*. Nonprofit and Voluntary Sector Quarterly. Vol.32 (septembre 2003)
6. CHARNES, Abraham, Cooper, William W., & Rhodes, Edward. (1978). Measuring the Efficiency of Decision Making Units. *European Journal of Operational Research*, 2, 429-444.
7. COOPER W. W., Seiford L. M. & Tone K., *Introduction to Data Envelopment Analysis and its Uses*. New York, springer, 2006
8. EFRON, B. et TIBSHIRANI, R.J. (1993), *An Introduction to the Bootstrap*. New York : Chapman & Hall.
9. GEMPESAW C. M., Fernandez-Cornejo J., Elterich J. G. and Spiro Stefanou, Dynamic Measures of Scope and Scale Economies: An Application to German Agriculture, *American Journal of Agricultural Economics*, 1992, vol. 74, issue 2, 329-342
10. NZONGANG Joseph, ISABELLE Piot-Lepetit et David Kamdem, *La mesure de l'efficacité financière et sociale des institutions de microfinance du réseau mc² au cameroun*, De Boeck Supérieur | « Mondes en développement » 2012/4 n°160 | pages 99 à 116
11. PORCELLI, F. (2009) Measurement of Technical Efficiency. A Brief Survey on Parametric and Non-Parametric Techniques. http://www.warwick.ac.uk/fac/soc/economics/staff/phd_students/porcelli/porcelli_dea_sfm.pdf.
12. SIMAR, Léopold ; Wilson, Paul. *A General Methodology for Bootstrapping in Nonparametric Frontier*
13. *Models*. STAT Discussion Papers ; 9811 (1998) 33 pages <http://hdl.handle.net/2078.1/123568>
14. SIMAR L. & WILSON P.W., *Estimation and inference in two-stage, semi-parametric models of production processes*. *Journal of Econometrics*, 136(1), p.31-64, 2007
15. TRUJILLO TEJADA V., Victoria MURIEL P. et Fernando RODRIGUEZ L., La microfinance en Amérique latine : existe-t-il des cadres types de régulation ?, *Mondes en Développement* Vol.41-2013/3-n°163